

# PS Algorithmen und Datenstrukturen 2026

## Aufgabenblatt 12

### Aufgabe 34

Der in der VO vorgestellte Algorithmus für LCS berechnet neben der Länge der Teilfolge auch die **Teilfolge selbst**, benötigt aber  $\Theta(n^2)$  zusätzlichen Arbeitsspeicher. Wie können Sie Ihren Algorithmus aus Aufgabe 33 vom Aufgabenblatt 11 nutzen, um die Teilfolge mit  $n + O(1)$  zusätzlichem Arbeitsspeicher zu berechnen?

**Hinweis:** Der Algorithmus wird eine schlechtere Laufzeitkomplexität besitzen.

**Anmerkung:** Allgemein sind hier sogar verschiedene Tradeoffs möglich. Es ist beispielsweise möglich, die Teilfolge in  $O(n^{\frac{5}{2}})$  Zeit und  $O(n^{\frac{3}{2}})$  Speicher zu berechnen.

### Aufgabe 35

Der in der VO besprochene Algorithmus zur Berechnung der längsten gemeinsamen Teilfolge kann auch ohne die Zusatzinformationen (den Pfeilen) über die Vorgängerpositionen verwendet werden. Geben Sie jenen Algorithmus in Pseudocode an, der mittels der beiden Folgen  $X$ ,  $Y$  und der vollständigen Matrix  $C$  die längste gemeinsame Teilfolge ermittelt.

### Aufgabe 36

Ein Logistikunternehmen möchte den Einsatz ihrer Lastkraftwagenflotte für den Güterverkehr zwischen Salzburg und Hamburg Altona optimieren. Ihre Kunden erwarten, dass  $m$  Europaletten (genormter Größe) den Verladepunkt erreichen. Dazu steht dem Logistikunternehmen eine Flotte  $L_1, L_2, \dots, L_n$  von  $n$  LKWs unterschiedlicher Bauart zur Verfügung, die nach Bedarf eingesetzt werden können. Der  $j$ -te LKW verfügt dabei über eine Ladekapazität von  $k_j$  Europaletten und verursacht, sofern er eingesetzt wird, pauschal Betriebskosten in Höhe von  $b_j$  Euro. Aus Termingründen kann jeder LKW der Flotte maximal einmal eingesetzt werden.

Gesucht ist ein Algorithmus, der nach der Methode der dynamischen Programmierung die minimalen Gesamtbetriebskosten ermittelt, die notwendig sind, um alle  $m$  Europaletten mit der zur Verfügung stehenden Flotte zum Verladepunkt zu transportieren. Sie können davon ausgehen, dass die Gesamtkapazität der Flotte ausreichend ist, um alle  $m$  Europaletten zu transportieren.

1. Bezeichne  $S[i, j]$  die minimalen Gesamtbetriebskosten die benötigt werden, um  $i$  Paletten nur mit den LKWs  $L_1, L_2, \dots, L_j$  zum Verladepunkt zu transportieren. Geben Sie eine rekursive Formulierung für  $S[i, j]$  an und beweisen Sie die Korrektheit Ihrer rekursiven Definition. Achten Sie darauf, auch alle Fälle der Rekursionsbasis vollständig und eindeutig zu definieren!

2. Seien  $m$  und zwei Arrays  $K = [k_1, k_2, \dots, k_n]$  und  $B = [b_1, b_2, \dots, b_n]$  der Länge  $n$  gegeben, wobei  $k_j$  die Kapazität und  $b_j$  die Betriebskosten des  $j$ -ten LKWs angeben. Schreiben Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der bei Eingabe  $(m, K, B, n)$  nach der Methode der dynamischen Programmierung die minimalen Gesamtkosten bestimmt. Die konkrete Auswahl der LKWs muss dabei nicht explizit ausgegeben werden.
3. Analysieren Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus.
4. Wie ändert sich Ihr Algorithmus, wenn bei 2 oder mehr eingesetzten LKWs zusätzlich ein PKW die Kolonne begleiten muss und dieser PKW fixe Kosten von  $C$  verursacht?